

EXERCICE 1: (4pts)

A tout point M d'affixe z , on fait correspondre par f le point M' d'affixe z' définie par :

$$z' = z + i\sqrt{3}$$

1. reconnaître et caractériser f (0,5pt)
2. A est le point d'affixe $1+i\sqrt{3}$ et B celui d'affixe -2
 - a) Placer A et B sur une figure. (0,5pt)
 - b) Déterminer les affixes des points E et F tels que $E = f(A)$ et $F = f(B)$ (1pt)
 - c) Placer E et F sur la figure précédente (0,5pt)
3. J est le milieu du segment $[AB]$. Montrer que les points A, J et F sont alignés (1,5pt)

EXERCICE 2: (4pts)

Toutes les heures, on injecte, une même dose de 1,8 unités, d'une substance médicamenteuse dans le sang.

Les injections sont faites par piqûre intraveineuse. On suppose que la substance se répartit instantanément dans le sang et qu'elle est en suite progressivement éliminée.

En l'espace d'une heure, la quantité de cette substance présente dans le sang diminue de 30%. La première injection se fait à l'instant $t=0$

Pour n entier naturel, on note Q_n la quantité de substance présent dans le sang à l'instant $t=n$ (en heures), dès que la nouvelle injection est faite.

- 1) .
 - a. Justifier l'égalité $Q_1 = 1,8 + (0,7 \times 1,8)$. (0,5pt)
 - b. Exprimer Q_2 en fonction de Q_1 , puis calculer Q_2 (0,5pt)
- 2) Pour $n \in \mathbb{N}^*$, exprimer Q_{n+1} en fonction de Q_n (0,5pt)
- 3) Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a $Q_n = 6(1 - (0,7)^{n+1})$ (1pt)
- 4) Donner une approximation de la quantité de substance présent dans le sang à l'instant $t=5$ (0,5pt)
- 5) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} Q_n$ et conclure. (0,5+0,5pt)

EXERCICE 3 (2pts)

Soit le polynôme $p(x) = -x^3 + 7x - 6$

- 1) Ecrire $p(x)$ sous la forme d'un produit de trois facteurs (0,5pt)
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :
 - a. $e^{3x} - 7e^x + 6 < 0$ (0,75pt)
 - b. $9^x - 7 \geq -6 \times 3^{-x}$ (0,75pt)

PROBLEME (10pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(o; \vec{i}; \vec{j})$, unité graphique : 2cm

Partie A.

Soit g la fonction numérique de la variable réelle définie, pour tout x , par :

$$g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$$

- 1) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$ (0,5pt)
- 2) .
 - a. Etudier le sens de variation de g . calculer $g(0)$ (1,5pt)
 - b. Déduire des variations de g le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x . (0,5pt)
- 3) .
 - a. Calculer $\int_0^x 2te^{2t} dt$ à l'aide d'une intégration par parties. (0,75pt)
 - b. En déduire la primitive de la fonction g qui prend la valeur 3 en 0. (0,75pt)

Partie B.

Soit f la fonction numérique de la variable réelle définie, pour tout x , par :

$$f(x) = x + 3 - xe^{2x} \text{ . on appelle } (C) \text{ sa courbe représentation.}$$

- 1) Etudier les variations de f (limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$; le signe de $f'(x)$ pourra être obtenu à partir de la Partie A) (1,75pt)
- 2) Montrer que la droite D d'équation $y = x + 3$ est asymptote à (C) lorsque x tend vers $-\infty$. Etudier suivant les valeurs de x la position relative de D et de (C) (0,5pt)
- 3) .
 - a. Montrer que la courbe (C) coupe l'axe des abscisses en deux points I et J (I ayant une abscisse inférieure à celle de J) (0,5pt)
 - b. Déterminer et justifier un encadrement d'amplitude 0,1 de l'abscisse de J (0,5pt)
- 4) Tracer la courbe (C) et la droite D (1,5pt)
- 5) .
 - a. Soit λ un réel négatif ; exprimer, en cm^2 , l'aire $\mathcal{A}(\lambda)$ du domaine plan limité par (C) , D , l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \lambda$; c'est-à-dire de l'ensemble des points dont les coordonnées x et y vérifie :
 $\lambda \leq x \leq 0$ et $x + 3 \leq y \leq f(x)$ (0,75pt)
 - b. Calculer $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} \mathcal{A}(\lambda)$ (0,5pt)

$$\int_0^k 2te^{2t} dt = ke^{2k} - e^{2k} + 1$$