Problème **11 points**

On considère les fonctions *f* et *g* définie dans $]0 ; +\infty[$ respectivement par $f(x) = \frac{1}{2}\ln^2 x - 2\ln x + \frac{1}{2}x^2$, $g(x) = x^2 + \ln x - 2$ et on désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

PARTIE A : 5,5 points

1. a. Calculer $g'(x)$ et en déduire que *g* est une bijection de $]0 ; +\infty[$ vers IR. **1pt**

b. Justifier qu'il existe un unique réel $\alpha \in [1,3 ; 1,35]$ tel que $g(\alpha) = 0$. **0,75pt**

c. Vérifier que dans [1,3 ; 1,35], $g(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2 - \ln x} = x$. **0,5pt**

2. Soit k la fonction définie dans [1,3 ; 1,35] par $k(x) = \sqrt{2 - \ln x}$;

a. Déterminer le sens de variation de $u : x \longmapsto \sqrt{x}$ et $v : x \longmapsto 2 - \ln x$ et en déduire que k est décroissante.**0,75pt**

b. Justifier que pour tout réel $x \in [1,3 ; 1,35]$, $k(x) \in [1,3 ; 1,35]$. **0,75pt**

3. **On admet que** pour tout réel $x \in [1,3 ; 1,35]$, $|k'(x)| \leq \frac{1}{3}$.

Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = 1,3$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = k(U_n)$.

a. Montrer que pour tout entier naturel n, $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{3}|U_n - \alpha|$. **0,75pt**

b. En déduire que $|U_n - \alpha| \leq 0,05\left(\frac{1}{3}\right)^n$ pour tout entier naturel n et donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près. **1pt**

PARTIE B : 5,5 points.

1. Calculer les limites de *f* aux bornes de son ensemble de définition. **0,5pt**

2. Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout réel $x > 0$, $xf'(x) = g(x)$. **0,75pt**

3. En déduire que $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \alpha$. **0,5pt**

4. Dresser le tableau de variation de f. **0,75pt**

5. i) Montrer que $f(\alpha) = \frac{\alpha^4 + \alpha^2 - 4}{2}$.**0,5pt**

ii) Représenter f dans un repère orthonormé. On prendra α égal à sa valeur approchée trouvée plus haut et on prendra $f(\alpha) = 0,3$. (unité d'axes : 1,5 cm). **1,5pt**

6. Justifier que la fonction $F : x \longmapsto \frac{1}{2}x\ln^2 x - 3x\ln x + \frac{1}{6}x^3 + 3x + 1$ est une primitive de f. **0,5pt**

7. En déduire l'aire en cm² de la portion plane constituée des points M(x ; y) tels que $1 \leq x \leq \alpha$ et $0 \leq y \leq f(x)$ **0,5pt**

$\frac{1}{2}\ln^2 x$

$3x\ln^2$

MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES TNJB

INSPECTION GENERALE DES ENSEIGNEMENTS

INSPECTION DE PEDAGOGIE/SCIENCES
SOUS SECTION MATHEMATIQUES

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix – travail – Patrie

OMG

Cette épreuve est un sujet d'entraînement, gratuitement mis à la disposition des candidats au Baccalauréat D 2010 par le Ministère des Enseignements Secondaires.

EPREUVE ZERO DE MATHEMATIQUES 2010

NIVEAU : TLE D ; DUREE : 4 HEURES

Exercice 1. 5 points

Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u_1}, \vec{u_2})$.

1.i) Montrer qu'il existe un unique réel a tel que $a^2 - (1 + i\sqrt{3})a + i\sqrt{3} = 0$ dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes. **0,75pt**

ii) En utilisant le réel trouvé, déduire l'autre solution de l'équation $z^2 - (1 + i\sqrt{3})z + i\sqrt{3} = 0$ dans $\mathbb{C}$. **0,5pt**

2. Déterminer les complexes a, b et c tels que $z^3 - i\sqrt{3}\,z^2 - z + i\sqrt{3} = (z + 1)(az^2 + bz + c)$ et en déduire les solutions de l'équation (E) : $z^3 - i\sqrt{3}\,z^2 - z + i\sqrt{3} = 0$ dans $\mathbb{C}$. **1,25pt**

3. On désigne par A, B et C les points images respectifs des complexes 1 ; -1 et $i\sqrt{3}$. S est la similitude plane directe qui transforme A en B et B en C.

i) Donner l'écriture complexe de S et en déduire que S est une rotation que l'on caractérisera. **1,25pt**

ii) Soit Ω le centre de cette rotation, en utilisant Ω, déterminer l'ensemble des points M de tels que $MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = 0$. **1,25pt**

ercice 2. 4 points

e région est constituée de 40% de femmes et 60% d'hommes. 45% des hommes de ce gion fument ainsi que 20% des femmes. On choisit une personne au hasard dans cette égion.

.i) Montrer que la probabilité p de choisir un fumeur est $p = \frac{13}{20}$. **1pt**

ii) Quelle est la probabilité d'avoir une femme sachant que la personne choisie fume. **1pt**

. On s'est intéressé à la durée hebdomadaire au travail des personnes de cette région et enquête étalée sur 12 semaines a conduit aux résultats suivants :

maine(xi)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
rée oyenne en ure (yi)	40,7	40,67	40,68	40,68	40,6	40,54	40,49	40,45	40,33	40,29	40,24	40,16

n admet que la covariance de la série (x , y) est cov(x , y) = - 0,616 , les variances spectives en x et y sont V(x) = 11,916 et V(y) = 0,033.

i) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y et l'interpréter. **0,75pt**

i) Déterminer une équation de la droite de régression de y en x et estimer à 10^{-2} près la durée moyenne de travail qu'on aurait à la 20è semaine. **1,25pt**