

Soient Z et Z' deux nombres complexes tels que : $(Z = a + ib)$ et $(Z' = a' + ib')$

1) Égalité de deux nombres complexes

Deux nombres complexe Z et Z' sont égaux si et seulement si

$$(Z = Z' \Leftrightarrow (a + ib = a' + ib') \Leftrightarrow (\left(\begin{array}{l} \mathrm{Re}(Z) = \mathrm{Re}(Z') \\ \mathrm{Im}(Z) = \mathrm{Im}(Z') \end{array} \right) \Leftrightarrow \left(\begin{array}{l} a = a' \\ b = b' \end{array} \right))$$

2) Somme de deux nombres complexes

La somme des deux complexes Z et Z' est le complexe Z'' tel que :

$$(Z'' = Z + Z') \Leftrightarrow ((a + ib) + (a' + ib') = ((a + a') + i(b + b')))$$

3) Produit de deux nombres complexes

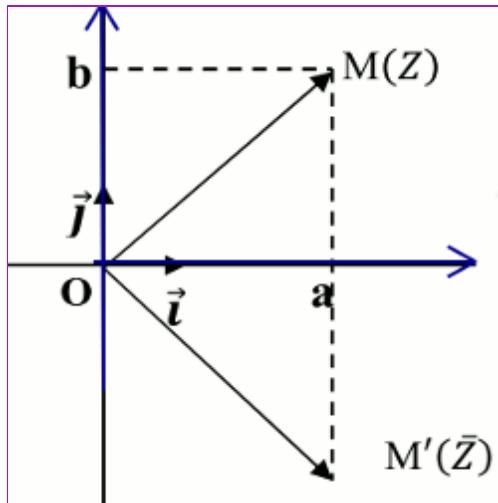
Le Produit des deux complexes Z et Z' est un nombre complexe Z'' tel que :

$$(Z'' = Z \times Z') \Leftrightarrow ((a + ib) \times (a' + ib') = ((aa' - bb') + i(ab' + a'b'))) \text{ avec } (i^2 = -1)$$

4) Le conjugué d'un nombre complexe

Le conjugué d'un nombre complexe $(Z = a + ib)$ un nombre complexe noté (\overline{Z}) tel que $(\overline{Z} = a - ib)$

NB : les images des deux nombres complexes (Z) et (\overline{Z}) sont symétriques par rapport à l'axe des réels.



5) Quotient de deux nombres complexes

Le quotient de deux nombres complexes Z et Z' est un nombre complexe Z'' tel que :

$$(Z'' = \frac{Z}{Z'} = \frac{(a + ib)}{(a' + ib')} = \frac{(a + ib)(a' - ib')}{(a' + ib')(a' - ib')} = \frac{(aa' + bb') + i(ab' - a'b')}{(a'^2 + b'^2)})$$

N.B : Le nombre $\left(\frac{1}{Z}\right)$ est appelé inverse du complexe Z tel que :

$$\left(\frac{1}{Z} = \frac{1}{\overline{Z}}\right) \Rightarrow \frac{1}{\overline{Z}} = \frac{1}{\overline{\left(a - ib\right)}} = \frac{1}{\overline{a} + \overline{ib}} = \frac{1}{\overline{a} - \overline{ib}} \cdot \frac{\overline{a} + \overline{ib}}{\overline{a} + \overline{ib}} = \frac{\overline{a} + \overline{ib}}{a^2 + b^2}$$

6) Quelques propriétés sur les nombres complexes

Soient deux nombres complexes Z et Z'

P.1 $(Z = \overline{Z} \Rightarrow Z)$ est un réel

P.2 $(Z = -\overline{Z} \Rightarrow Z)$ est un imaginaire pur

P.3 $(\overline{Z + Z'} = \overline{Z} + \overline{Z'})$

P.4 $(\overline{Z \cdot Z'} = \overline{Z} \cdot \overline{Z'})$

P.5 $(\overline{\left(\frac{Z}{Z'}\right)} = \frac{\overline{Z}}{\overline{Z'}})$

P.6 $(\overline{\left(\frac{a}{Z'}\right)} = \frac{a}{\overline{Z'}})$ avec $(Z' \neq 0)$

P.7 $(\overline{Z^n} = (\overline{Z})^n)$

P.8. $(\operatorname{Re}(Z) = \frac{Z + \overline{Z}}{2})$

P.9 $(\operatorname{Im}(Z) = \frac{Z - \overline{Z}}{2i})$

P.10 $(Z \cdot \overline{Z})$ est un réel positif