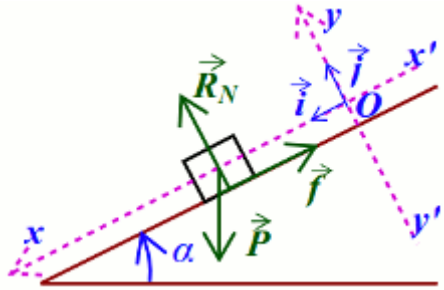
II.1.2 Mouvement d'un solide sur un plan incliné.



Un solide de masse m, abandonné sans vitesse initiale, glisse le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'angle α.

—Étudions le mouvement du solide depuis l'instant de son lâcher.

Le référentiel $(0, \vec{i}, \vec{j})$ est un référentiel de laboratoire , on peut le considérer galiléen.

Les forces extérieurs appliquées au solide sont : $\vec{P}$ **et** $\vec{R}$

D'après le TCI: $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$.

$$\vec{P}\begin{vmatrix} mg\sin(\alpha) \\ -mg\cos(\alpha) \end{vmatrix} + \vec{R}\begin{vmatrix} -f \\ R_N \end{vmatrix} = m\vec{a}_G\begin{vmatrix} ma_G \\ 0 \end{vmatrix}$$

Suivant x'x

$$a_x = a_G = g\sin(\alpha) - \frac{f}{m}$$

On retrouve le relation (1) en appliquant sur S, le théorème de l'énergie cinétique entre t0 et un instant quelconque t.

En effet: $E_C - E_{C0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$ $\frac{1}{2}mv_G^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mg.OM.\sin(\alpha) - f.OM$

Avec M un point quelconque sur le plan incliné.

En dérivant membre à membre cette relation par rapport au temps, nous avons :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_G^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) = (mg\sin(\alpha) - f)\frac{dOM}{dt}$$

$mv_G\frac{dv_G}{dt} = mv_Ga_G = (mg.\sin(\alpha) - f)\,v_G$

Ainsi:

$$a_G = g\sin(\alpha) - \frac{f}{m}$$

Si le solide n'est pas soumis aux forces de frottement f=0 et

$$a_G = g\sin(\alpha)$$